

91079

B.Sc.-I (Pass Course) 1st Semester Examination,

November–2014

MATHEMATICS

Paper–BM–112

Calculus

Time allowed : 3 hours]

[Maximum marks : 40

Note : Attempt five questions in all, selecting one question from each section. Section–V is compulsory. Each question for Section–I–IV are of 7 (4+3) marks and each part of Section–V is of 2 marks.

नोट : प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।
खण्ड–V अनिवार्य है। खण्ड–I–IV के लिए प्रत्येक प्रश्न 7 (4+3)
अंकों के हैं तथा खण्ड–V का प्रत्येक भाग 2 अंकों का है।

Section–1

खण्ड–1

1. (a) Prove that $f(x) = |x|$ is continuous but not derivable at $x = 0$

सिद्ध कीजिए कि $f(x) = |x|$; $x = 0$ पर निरंतर है परन्तु
व्युत्पाद्य नहीं।

- (b) If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, prove that

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1) xy_{n+1} + (n^2 + 1) y_n = 0$$

यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, सिद्ध कीजिए

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1) xy_{n+1} + (n^2 + 1) y_n = 0$$

2. (a) If $y = \log\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$, find the value of $y_n(0)$

यदि $y = \log\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$, तो $y_n(0)$ का मान ज्ञात

कीजिए।

- (b) Obtain the value of $\sin 31^\circ$ upto four places of
decimals.

दशमलव के चार स्थानों तक $\sin 31^\circ$ का मान प्राप्त कीजिए।

Section-2

खण्ड-2

3. (a) Find all asymptotes of the curve.

$$4x^3 - 3xy^2 - y^3 + 2x^2 - xy - y^2 - 1 = 0$$

(3)

91079

$$\text{वक्र } 4x^3 - 3xy^2 - y^3 + 2x^2 - xy - y^2 - 1 = 0$$

की सभी अनंतस्पर्शी अवस्थाओं को ज्ञात कीजिए।

- (b) Find the asymptote of the curve $r \sin 2\theta = a$

वक्र $r \sin 2\theta = a$ की अनन्तस्पर्शी अवस्था ज्ञात कीजिए।

4. (a) Find the radius of curvature at any point for the curves $x = a(\cos t + t \sin t)$, $y = a(\sin t - t \cos t)$

वक्रों $x = a(\cos t + t \sin t)$, $y = a(\sin t - t \cos t)$ के लिए
किसी बिन्दु पर वक्रता की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

- (b) Examine the curve

$$x^3 + 2x^2 + 2xy - y^2 + 5x - 2y = 0$$

for a singular point and show that it is a cusp.

किसी एकल बिन्दु के लिए वक्र

$$x^3 + 2x^2 + 2xy - y^2 + 5x - 2y = 0$$

की जाँच कीजिए तथा दिखाइए कि यह एक उभयाग्र है।

91079

[P.T.O.]

Section-3**खण्ड-3**

5. (a) Trace the curve

$$x = a(\theta - \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta), 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

वक्र $x = a(\theta - \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta), 0 \leq \theta \leq 2\pi$ का
अनुरेखण कीजिए।

- (b) Reduction formula for $\int \sec^n x dx$

$\int \sec^n x dx$ के लिए समानयन सूत्र

6. (a) Evaluate :

$$\int_0^{2a} x^3 \sqrt{2ax - x^2} dx$$

मूल्यांकन कीजिए :

$$\int_0^{2a} x^3 \sqrt{2ax - x^2} dx$$

- (b) Find the length of arc $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ in the first quadrant.

प्रथम चतुर्थांश में चाप $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Section-4**खण्ड-4**

7. (a) Find the area of the parabola $y^2 = 4 ax$ bounded by its latus rectum.

परवलय $y^2 = 4 ax$ जो इसके नाभिलंब द्वारा बंधित है, का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- (b) Find the area included between the curves $y^2 = 4 bx$ and $x^2 = 4 ay$

वक्रों $y^2 = 4 bx$ तथा $x^2 = 4 ay$ के बीच समिलित क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

8. (a) The circle $x^2 + y^2 = a^2$ is revolved about the x-axis.

Find the volume of the sphere so formed.

वक्त $x^2 + y^2 = a^2$ को x-अक्ष के परिसर में परिग्रामित किया जाता है।

इस प्रकार से बने गोलक का आयतन ज्ञात कीजिए।

- (b) Find the surface of the solid generated by revolving loop of the curve $x = t^2$, $y = t - \frac{t^3}{3}$ about x-axis.

x -अक्ष के परितः वक्र $x = t^2$, $y = t - \frac{t^3}{3}$ के परिभ्रमण

कर रहे लूप द्वारा जनित ठोस का पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

Section-5

खण्ड-5

9. (a) To find nth derivative of $\cos(ax + b)$

$\cos(ax + b)$ का n वाँ अवकलज ज्ञात करना है

- (b) State Taylor's Theorem with Lagrange's Form of
Remainder after 'n' terms.

'n' पदों के पश्चात शेष के लाग्रांगे प्रारूप सहित टेलर के प्रमेय का
उल्लेख कीजिए।

- (c) Find the radius of curvature at (s, ψ) for the
curve $s = 4 a \sin \psi$

वक्र $s = 4 a \sin \psi$ के लिए (s, ψ) पर वक्रता की त्रिज्या ज्ञात
कीजिए।

- (d) Evaluate $\int \tan^3 x \, dx$

$\int \tan^3 x \, dx$ का मूल्यांकन कीजिए।

(7)

91079

(e) Find $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cos^8 x dx$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cos^8 x dx$ ज्ञात कीजिए।

(f) Draw lemniscates $r^2 = a^2 \cos 2\theta$

द्विपाशी वक्र $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ बनाइए।

91079